

התארגנות עצמית בחומרים "רכים"

אלון לנגבהיים*, שלי ליבנה**, שמואל (סם) שפרן*** ועידית ירושלמי****

בשלוש השנים האחרונות מתקיימת תכנית ייחודית בשם "חומר רך ומבולגן" המיועדת לתלמידים הלומדים במגמת כימיה או פיזיקה ברמת 5 יחידות לימוד. התכנית, בהיקף 2 יח"ל, היא תוצר של שתוף פעולה בין המחלקה להוראת המדעים והמחלקה לחומרים ופני שטח במכון ויצמן, ובית הספר למדע עכשווי במכון דוידסון לחינוך מדעי. במסגרת התכנית התלמידים מכירים מודלים מתחום התרמודינמיקה הסטטיסטית המסבירים תופעות מורכבות, החל מהפרדת פאזות בתערובות בינאריות, המשך להתארגנות עצמית של מולקולות סבון, וכלה במודלים לתמיסות של פולימרים. להלן נספר מעט על חומרים רכים, נציג את המסגרת התאורטית המשמשת להבנת הפרדת פאזות בתערובות בינאריות והתארגנות עצמית של חומרים פעילי שטח כמו סבון, ונציג ניסוי המאפשר לאשר את המודל התיאורטי.

שגודלן משתווה לאנרגיית התנועה התרמית של החלקיקים בטמפרטורת החדר.

לפי דרך חשיבה אחרת, קבוצת החומרים הללו היא מצב ביניים בין חומרים מוצקים לנוזלים. ניתן להבחין בין מוצק ונוזל בשתי רמות: ברמה המאקרוסקופית ההבחנה מתבססת על תגובה של חומר להפעלת כוח אשר במוצק גוררת שינוי צורה אלסטי (הפיך) או פלסטי (בלתי הפיך), ואילו בנוזל - הפעלת כוח גורמת לזרימה. נוזלים ויסקואלסטיים, כדוגמת תערובת עמילן תירס ומים, הם חומרים רכים שיכולים להתנהג כמוצק אם הכוח מופעל עליהם בחוזקה ובמהירות, וגם כנוזל - אם מופעל עליהם כוח באיטיות. ברמה המיקרוסקופית ההבחנה בין מוצק לנוזל מתבססת על טווח התנועה של החלקיקים. במוצק החלקיקים לא מבצעים תנועת מעתק אלא רק תנודה מקומית ואילו בנוזל החלקיקים נעים ממקום למקום. בשל כך יכול להתקיים במוצק גבישי סדר

מהו חומר רך?

חומרים רכים - כגון פולימר האקטין היוצר את שלד התא החי או הפוספוליפידים אשר מתארגנים בשכבה כפולה בקרום התא - נמצאים ברוב המערכות הביולוגיות. בנוסף, חומרים רכים רבים משמשים בתעשיית הקוסמטיקה, המזון והפלסטיק. חומר רך (Soft matter) הוא נושא מדעי בין תחומי חדשני שמתמקד בחקר חומרים שלא ניתן לסווגם כנוזלים פשוטים כמוצקים. השם 'חומר רך' נטבע על ידי פייר ז'יל-דה-ג'ן (Pierre-Gilles de-Gennes) - חתן פרס נובל לפיזיקה בשנת 1991, אשר קבע כי המכנה המשותף של חומרים אלו הוא הנטייה לעבור שינויים דרסטיים במבנה ובתכונות הפיזיקליות כגון צמיגות או צפיפות כתוצאה משינויים קלים של טמפרטורה או של לחץ בתנאים הקרובים לתנאי החדר מבחינה מיקרוסקופית מקור השינויים הדרסטיים בחומרים אלה הוא באינטראקציות בין מולקולריות

*אלון לנגבהיים, המחלקה להוראת המדעים, והמחלקה לחומרים ופני שטח מכון ויצמן למדע

** ד"ר שלי ליבנה, קבוצת הכימיה, המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע

*** פרופ' שמואל (סם) שפרן, המחלקה לחומרים ופני שטח, מכון ויצמן למדע

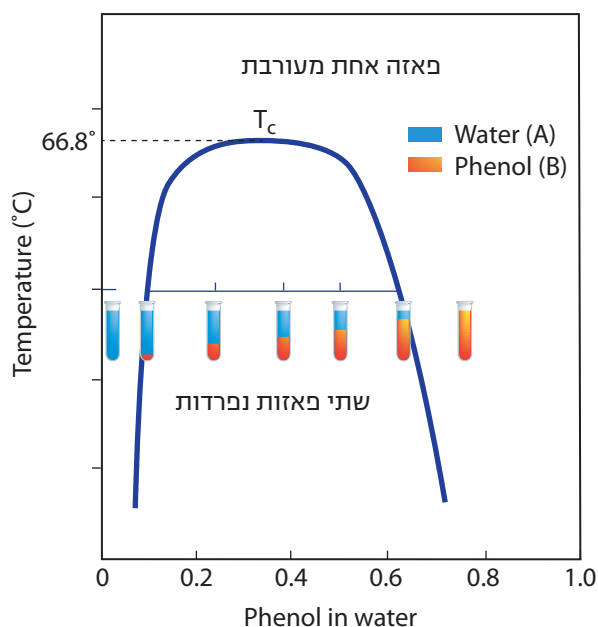
**** ד"ר עידית ירושלמי, קבוצת הפיזיקה, המחלקה להוראת המדעים, מכון ויצמן למדע



חלקיקים מסוג אחד מتركזים באזור מובחן, וחלקיקים מסוג השני מتركזים באזור אחר. הפרדת פאזות מתרחשת אם הרווח האנרגטי (שמקורו באינטראקציות הבין-מולקולריות) המתקבל בעת שמולקולות מסוג מסוים מצטמצמות לנפח קטן מנפח כלל התערובת, גדול מהרווח האנטרופי שבערבוב. מעבר של תערובת ממצב מעורב להפרדת פאזות היא דוגמה פשוטה לשינוי דרסטי במבנה החומר המתרחש בסביבת טמפרטורת החדר.

תערובת בינארית היא תערובת של שני חומרים מסוגים שונים שאינם מגיבים כימית זה עם זה. הטמפרטורה ויחס ההרכבים של החומרים מכתיבים אם התערובת תהיה הומוגנית ומעורבת או מופרדת לשתי פאזות הומוגניות. נהוג לייצג את תחומי המחיה של שני מצבי התערובת באמצעות דיאגרמת פאזות שבה הציר האופקי מציין את הרכב החומרים (שבר מולים או יחס מסות), והציר האנכי מציין את הטמפרטורה של התערובת. דיאגרמת הפאזות לא רק מכתיבה את מצב התערובת (מעורבת או מופרדת) אלא גם את הרכב שתי הפאזות במצב שבו התערובת מופרדת.

כך למשל, בדיאגרמת הפאזות הבאה נראים תחומי המחיה של המצב המעורב ומצב הפרדת הפאזות בתערובת של פנול ומים:



תרשים 1: דיאגרמת פאזות של תערובת בינארית של פנול ומים

מחזורי ואילו בנוזל - הסדר קיים, אם בכלל, רק במיקום השכנים הקרובים של חלקיקי הנוזל. בחומרים רכים ניתן למצוא ברמה המיקרוסקופית סדר בטווח הקצר ואי-סדר בטווחים הארוכים. לדוגמה: מולקולות של חומרים פעילי שטח, כגון פוספוליפידים היוצרים את קרום התא, מתארגנות במבנה של שכבה כפולה אחת מול האחרת, אך הקרום עצמו הוא בעל גמישות ויכול ליצור צורות שונות ומשונות, כלומר, הוא לא מסודר בטווח הארוך.

המסגרת התאורטית להסבר תופעות ניסיוניות בחומר רך מבוססת על תרמודינמיקה סטטיסטית והידרודינמיקה. עיקרה של המסגרת התאורטית הוא בבניית מודלים המסבירים את המבנים המיקרוסקופיים והמאקרוסקופיים השונים שנוצרים, למשל, בהתארגנות עצמית של פולימרים על פני מוצק או את הקינטיקה של תהליכים כגון קצב ההתפרקות של מיקרואמולסה.

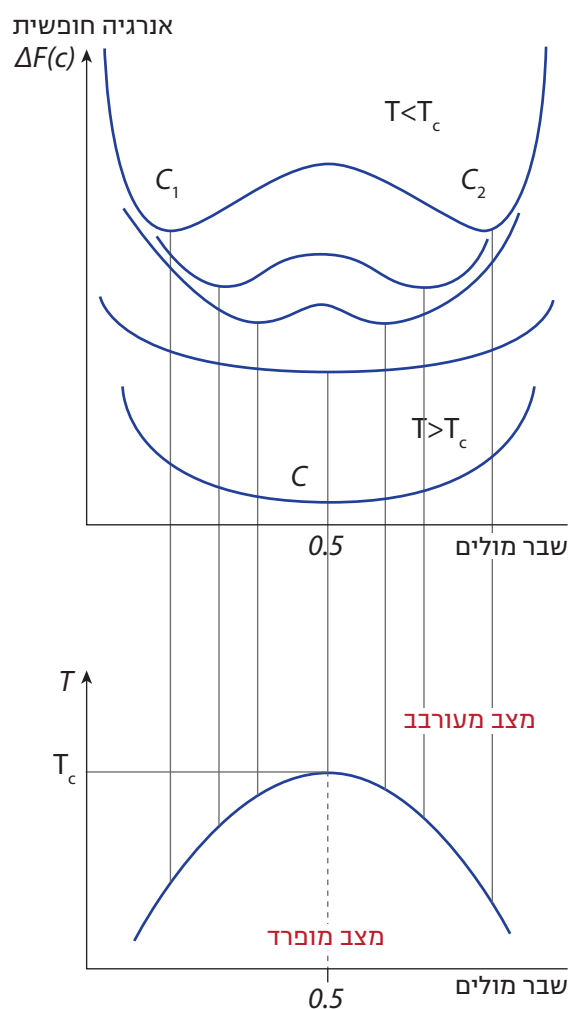
"התכנית חומר רך מהווה מסגרת ייחודית המפגישה תלמידים המגבירים בכימיה או בפיסיקה. התכנית מוצעת במסגרת על אזורית המיועדת לתלמידי כיתות י"א וי"ב ממגוון בתי ספר ברחובות וסביבותיה. מפגשי התכנית נמשכים שלוש שעות ומתקיימים כשלוש פעמים בחודש, אחרי הצהריים. לקראת חופשת הפסח תלמידי י"ב מגישים עבודה המתארת פרויקט חקר ניסויי, ומסבירים את ממצאיהם באמצעות המודלים התיאורטיים הנלמדים בתכנית. הערכת התלמידים מורכבת מהערכה פנימית נמשכת והערכת בוחן חיצוני מטעם משרד החינוך לפרוייקט החקר. הציון בתכנית ממיר עבור תלמידי הכימיה את הציון בשתי היחידות הנלמדות בכיתה י"ב. בפיזיקה הציון בקורס ממיר את הציון ביחידת המעבדה וביחידת קרינה וחומר. בעתיד תתחיל התכנית בכיתה י' במטרה לזכות את התלמידים ב- 5 יחידות לימוד מלאות. גם במתכונת זו יתקבלו לתכנית רק תלמידים הלומדים בבית ספרם במגמת כימיה או פיסיקה ברמת 5 יחידות לימוד.

הפרדת פאזות בתערובות בינאריות

התופעה הבסיסית ביותר בחומר רך, המהווה תשתית להבנת תופעות אחרות ורבות - ובכללן התארגנות עצמית של מולקולות סבון - היא הפרדת פאזות בתערובות. הפרדת פאזות היא הופעה של סדר ראשוני שנוצר במערכת שאינה מסודרת, כאשר

קרובים וקירוב השדה הממוצע². משרטטים את גרף פונקציית האנרגיה החופשית כתלות בשבר המולים. בטמפרטורות שונות מתקבלים גרפים שונים של אנרגיה חופשית.

בחלק העליון של תרשים 2 סדרת גרפים של האנרגיה החופשית המחושבת תיאורית, כפונקציה של השבר המולי של אחד מרכיבי המערכת הבינרית, בטמפרטורות שונות. בטמפרטורות נמוכות מהטמפרטורה הקריטית T_c , לגרף האנרגיה החופשית



תרשים 2: בניית דיאגרמת פאזות על פי האנרגיה החופשית בטמפרטורות שונות

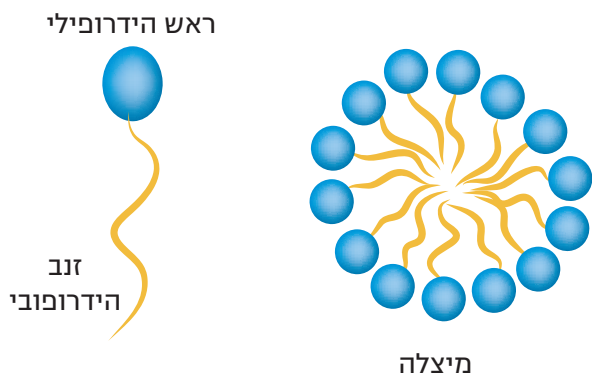
את דיאגרמת הפאזות ניתן לקבל באופן ניסיוני ובאופן תאורטי. ניתן לבנות דיאגרמת פאזות באופן ניסיוני על ידי הכנה של תערובות בהרכבים שונים וטבילתן באמבט שבטמפרטורה שלו ניתן לשלוט. תערובת בינארית בהרכב מסוים נמצאת במצב מעורב בטמפרטורה גבוהה ועוברת הפרדת פאזות עם ירידת הטמפרטורה. בנקודה שבה מתחילה להיווצר הפרדת פאזות, נוצרות טיפות קטנות הגורמות לתערובת להיראות עכורה. ניתן להבחין בעכירות זאת באמצעות מעקב אחר קרן לייזר העוברת דרך התערובת והעוברת פיזור כאשר נוצרות בה טיפות מיקרוסקופיות¹.

את דיאגרמת הפאזות ניתן להסביר גם באופן תאורטי מתוך נקודות המינימום של הפונקציות המתארות את השינוי באנרגיה החופשית של המערכת, כאשר היא עוברת ממצב מופרד למצב מעורב מציאת המינימום של האנרגיה החופשית שקולה למציאת המקסימום של האנטרופיה של היקום, במערכות שנמצאות במגע תרמי עם הסביבה, בהתאם לחוק ה-I וה-II של התרמודינמיקה. משתמשים בדרך כלל באנרגיה החופשית של הלמהולץ, שכן אנו דנים בעיקר בחומרים מוצקים או בנוזלים שהנפח שלהם נשאר קבוע. הביטוי לאנרגיה החופשית של הלמהולץ $\Delta F = \Delta E - T\Delta S$ כולל את מכפלת שינוי האנטרופיה ΔS בטמפרטורה T , ואת השינוי באנרגיה הפנימית ΔE הנובע מהאינטראקציות בין החלקיקים. זאת מכיוון שאנו עוסקים במערכות הצמודות למאגר חום הקובע את הטמפרטורה של המערכת, כך שניתן להגדיר טמפרטורה ספציפית לכל מצב של המערכת. פונקציית השינוי באנרגיה החופשית, ΔF היא בעלת נקודת מינימום המייצגת את מצב שיווי המשקל של המערכת. למשל, תערובת של שני סוגי מולקולות (בעלות גודל דומה) בטמפרטורת החדר תהיה במצב שיווי משקל מעורב כאשר לפונקציית האנרגיה החופשית שלה יש נקודת מינימום יחידה בשבר מולים של 1/2. האנרגיה החופשית ניתנת לחישוב באמצעות שימוש מודל סריג שעליו מפוזרים שני סוגי חלקיקים. עבור מודל זה ניתן לחשב את השינוי באנטרופיה כתוצאה מהערבוב ואת השינוי באנרגיה הפנימית על פי קירוב שכנים

1 C. Stenland & B.M. Pettit, Binary-Solution Critical Opalescence, J.Chem. Ed, 72, 6, 560-564 (1995)

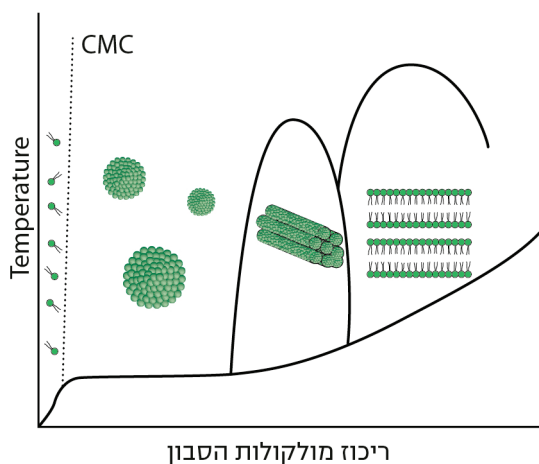
2 פירוט חישוב האנרגיה החופשית של תערובות מופיע במאמר:

E. Langbeheim, S. Livne, S. A. Safran and E. Yerushalmi, [Introductory physics Going soft](#), AJP, 80 (2012), pp. 51-60



תרשים 4: מבנה מיצלה כדורית: זנבות המולקולה הבודדת מוחבאים ממולקולות המים בלב המיצלה

במערכת של מולקולות סבון במים מתרחש שינוי דרסטי בהתארגנות העצמית בריכוז מסוים של סבון הנקרא CMC. עבור חלק ממולקולות הסבון מתרחשים אחר כך שינויים דרסטיים נוספים שלפיהם בריכוזים גבוהים יותר המערכת משנה את צורת ההתארגנות ממיצלות כדוריות למיצלות גליליות ולמבנה של דו-שכבה או של (למלה). השינויים הללו תלויים בריכוז המולקולות ובטמפרטורה, וניתן גם אותם לייצג באמצעות דיאגרמת פאזות, כדוגמת התרשים הבא:



תרשים 5: דיאגרמת פאזות של מולקולות חומר פעיל שטח: הריכוז הקריטי ליצירת מיצלות (CMC) משורטט כקו מקווקו מצד שמאל של הדיאגרמה

כתלות בריכוז יש שתי נקודות מינימום, ובטמפרטורות גבוהות מ- T_c יש לגרף נקודת מינימום אחת. כאשר יש במערכת שתי נקודות מינימום, וההרכב המולרי הוא 50:50, האנרגיה החופשית גבוהה מהמינימום, והמערכת יכולה להיפרד לשתי פאזות שהרכבה של כל אחת מהן הוא c_1 ו- c_2 בהתאמה, ובכך להקטין את האנרגיה החופשית. נקודות המינימום שהן הרכבי הפאזות משתנות כתלות בטמפרטורה, ואם מציינים את נקודות המינימום בטמפרטורות שונות מקבלים את דיאגרמת הפאזות המוצגת בחלק התחתון של התרשים. כך ניתן להסביר באופן תאורטי את דיאגרמות הפאזות שהתקבלו בניסוי כדוגמת הדיאגרמה של הפנול והמים המופיעה בתרשים 1 לעיל.

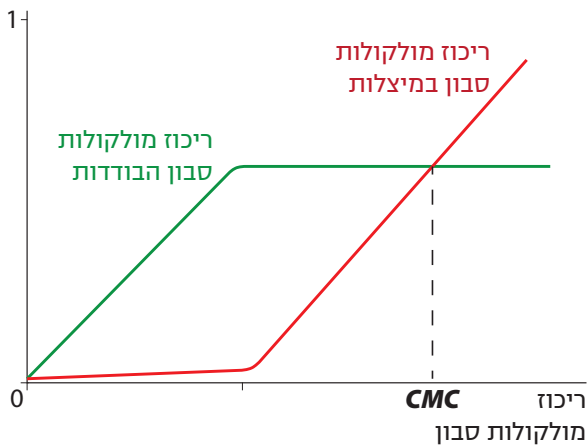
הפרדת פאזות והתארגנות עצמית

חומר פעיל-שטח כמו סבון מורכב ממולקולות אמפיפיליות (דו-פרצופיות) בעלות ראש הידרופילי וזנב הידרופובי הקשורים זה לזה בקשר קוולנטי. הזנב ההידרופובי המורכב משרשרת של פחמנים גדול בדרך כלל הרבה יותר מהראש ההידרופילי העשוי מיון כדוגמת הסולפט במולקולת ה-SDS (ראו תרשים 3).



תרשים 3: מולקולת סבון מסוג (SDS) Sodium Dodecyl Sulfate

מכיוון שהפחמנים בזנב אינם יוצרים קשרי מימן עם מולקולות המים המולקולות נוטות להידחות מהסביבה המימית כלומר, הרווח האנטרופי מערבוב המולקולות יהיה קטן מה"מחיר" האנרגטי שיידרש לצורך ערבובם. לכן אם מערבבים כמות קטנה של מולקולות אמפיפיליות עם מים בטמפרטורת החדר- היא תתערבב; אך אם מערבבים כמות גדולה שלהן עם מים- אמורה להיווצר הפרדת פאזות. אלא שצורת המולקולות הללו מאפשרת מבנה התארגנות ייחודי הנקרא מיצלה, שבו הזנבות ההידרופוביים מוסתרים מהמים, ורק הראש ההידרופילי חשוף למולקולות מים. התארגנות במיצלה מאפשרת למולקולות הסבון והמים להתקיים כתערובת הומוגנית ולא להיפרד לשתי פאזות מאקרוסקופיות מופרדות.



תרשים 6: ריכוז מולקולות הסבון הבודדות וריכוז מולקולות הסבון במיצלות כתלות בריכוז מולקולות הסבון הכולל בתמיסה

על מנת למצוא ביטוי לריכוז הקריטי, עלינו להגדיר את תנאי שיווי המשקל של המערכת. מצב שיווי המשקל של המערכת מתקיים כאשר הפוטנציאלים הכימיים של המולקולות בכל תת-מערכת שווים. הפוטנציאל הכימי מוגדר כשינוי באנרגיה החופשית כתוצאה משינוי קטן (אינפיניטסימלי) בריכוז מולקולות הסבון, לשון אחרת - כנגזרת האנרגיה החופשית ביחס לריכוז. מהשוואת הנגזרות של האנרגיה החופשית ביחס לריכוז, ומהשוואת ריכוז מולקולות הסבון במיצלות לריכוז מולקולות הסבון החופשיות, מתקבל הביטוי המקורב הבא ל- CMC :

$$CMC = e^{-\frac{2E}{k_B T}}$$

הביטוי לאנרגיה החופשית תלוי בטמפרטורה- T ובאנרגיית האינטראקציה של מולקולת סבון עם מים - E . אנרגיית האינטראקציה תלויה בעיקר באורך הזנב הפחמימני, והיא גבוהה יותר ככל שהזנב ארוך יותר. נכונות הביטוי ניתנת לבדיקה ניסיונית באמצעות פרוצדורה פשוטה, שבה מודדים את ה- CMC כתלות בסוג מולקולת הסבון (המשתנה הבלתי תלוי הוא אנרגיית האינטראקציה E) או כתלות בטמפרטורת המערכת.

3. תיאור ניסוי למדידת הריכוז הקריטי במעבדה

המיצלות הן גופים בגודל ננומטרי שלא ניתנים לזיהוי חזותי, באמצעים פשוטים שקיימים במעבדות תלמידים ולכן יש לזהות אותן באופן עקיף. קיימות אמנם שיטות מתקדמות לזיהוי מיצלות

כדי להסביר את ערכו של הריכוז הקריטי במולקולות סבון מסוגים שונים ובטמפרטורות שונות, משתמשים החוקרים גם כן בניתוח תאורטי המבוסס על השינוי באנרגיה החופשית. ניתוח המערכת מבחינה תאורטית הוא מורכב מעט יותר מזה של תערובת בינארית שכן במערכת זו יכולות להתקיים יותר משתי צורות התארגנות זו לצד זו. נתמקד במערכת של מולקולות סבון בריכוזים נמוכים שבהן נוצרות רק מיצלות כדוריות. במקרה זה ניתן לפשט את המערכת כשילוב של שתי תת-מערכות: האחת היא מערכת של מולקולות סבון בודדות ומים, והשנייה היא מערכת של מולקולות סבון המאוגדות במיצלה כדורית ומים.

ריכוז מולקולות הסבון הכולל במערכת הוא סכום ריכוז מולקולות הסבון בכל אחת מתת-המערכות:

$C_{total} = C_{single\ molecule} + C_{molecule\ in\ micelle}$. לכל אחת מהמערכות ניתן לבנות ביטוי אלגברי לשינוי באנרגיה החופשית כתוצאה מהערבוב. שתי המערכות נבדלות זו מזו בחישוב האנטרופיה, שכן האנטרופיה (פר מולקולת סבון) של מולקולות הסבון המאוגדות במיצלה נמוכה יותר מאשר מולקולות הסבון החופשיות. בנוסף לכך המערכות נבדלות גם בשינוי באנרגיה הפנימית שלהן. משמע, המחיר האנרגטי הנובע מאינטראקציה של מולקולה שהיא חלק ממיצלה עם מים הוא זניח, כי הזנב הפחמימני אינו חשוף למים; זאת לעומת המחיר הגבוה יחסית שנובע מערבוב של מולקולות חופשיות עם מים, בגלל האינטראקציות של המים עם הזנב ההידרופובי.

בריכוזי סבון נמוכים הרווח האנטרופי של יצירת מולקולות חופשיות גדול, והמחיר האנרגטי בחשיפת הזנב למים אינו משמעותי, אך בריכוזים גבוהים המחיר האנרגטי הופך למשמעותי ו"גובר" על הרווח האנטרופי, ולכן המערכת תעבור ממצב שבו רוב מולקולות הסבון חופשיות בתמיסה למצב שבו רוב מולקולות הסבון מתארגנות במיצלות. מקובל להגדיר את הריכוז הקריטי ליצירת מיצלות (CMC) כריכוז שבו מספר מולקולות הסבון החופשיות שווה למספר מולקולות הסבון המאורגנות במיצלות $C_{single\ molecule} = C_{micelle}$. אם נציג את הריכוזי שתי המערכות כתלות בריכוז הכולל, נקבל את הריכוז הקריטי בנקודת החיתוך כפי שמתבטא בתרשים 6:



ואילו המולקולות הטעונות שלילית כולן אל האנודה החיובית. במקרה זה מוליכות מוגדרת כיחס בין היונים בתמיסה למתח המופעל עליה. במלחים רגילים ההולכה החשמלית גדלה ביחס קבוע לריכוז היונים, אך בתמיסת מולקולות הסבון ההולכה גדלה ביחס שונה כאשר המולקולות חופשיות וכאשר הן מאורגנות במיצלות. הסיבה לכך היא גודל המיצלה והחופש שלה לנוע בתמיסה ביחס למולקולה הבודדת. תנועת המיצלות בתמיסה אטית יותר, ולכן ההולכה גדלה פחות בהוספת סבון לתמיסה. את ה- CMC מזהים כנקודת השבירה בגרף המוליכות כתלות בריכוז.

באמצעות פיזור אור דינמי (Dynamic Light Scattering), אך מכשירים אלה מורכבים מאוד מבחינה טכנולוגית, ואנו מחפשים מערכת פשוטה יותר. לשם כך הצענו לתלמידינו ניסוי המבוסס על מאמר העושה שימוש בהולכה חשמלית למציאת הריכוז הקריטי ליצירת מיצלות³.

רבים מהסבונים הם מלחים יוניים שמתפרקים במים ליון חיובי ולמולקולת הסבון עצמה הטעונה שלילית. כאשר מכניסים אלקטרודה לתמיסה המימית ויוצרים הפרש פוטנציאל, היונים החיוביים שנפרדו מהמולקולה נמשכים אל הקתודה השלילית,

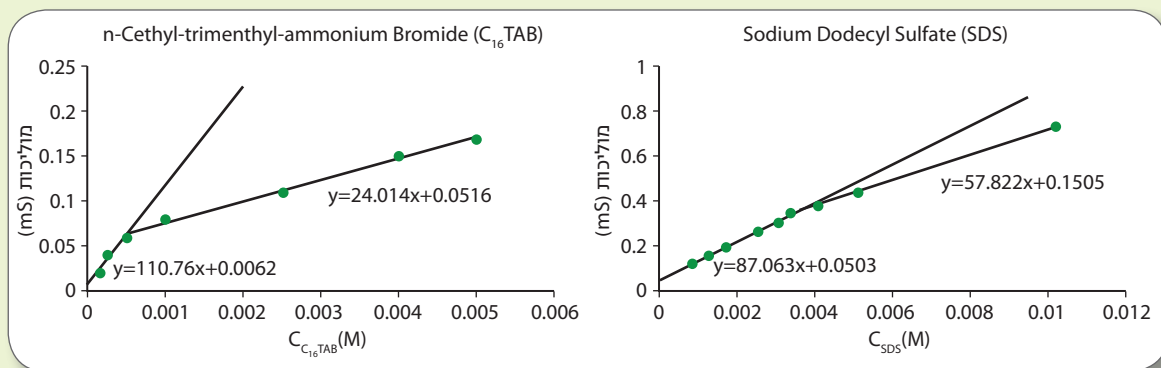
ניסוי למדידת הריכוז הקריטי במעבדה

מטרת הניסוי: להוכיח את הקשר בין הריכוז הקריטי ליצירת מיצלות (CMC) ובין אנרגיית האינטראקציה/טמפרטורה.

הציוד הדרוש: סורפקטנטים שונים (למשל: SDS, C₁₆ TAB), אמבט טמפרטורות, מים מזוקקים, כוסות כימיות, מד-מוליכות ומאזניים אנליטיים.

מהלך הניסוי: מכינים 500 מ"ל של תמיסת מקור בריכוז 0.005M. את התמיסה שהתקבלה מוהלים לעשרה ריכוזים שונים ומודדים את ההולכה החשמלית של התמיסות המהולות. (בניסוי לבדיקת הטמפרטורה תמיסות ממוקמות בתוך אמבט תוך כדי מדידת הטמפרטורה של האמבט.)

מדידת המוליכות של שתי תמיסות סבון עם מולקולות בעלות זנב פחמימי שונה מופיעה להלן:



תרשים 7: מדידת המוליכות כתלות בריכוז מולקולות הסבון של שני חומרים שונים בטמפרטורת החדר.

3 ניסוי זה מבוסס על המאמר: A. Dominguez, A. Fernandez, N. Gonzalez, E. Iglesias, and L. Montenegro, Determination of critical micelle concentration of some surfactants by three techniques, J. Chem. Educ., 74 (1996), pp. 1227–1232.

כפי שניתן לראות, ה-CMC בתמיסת מולקולת ה-C₁₆TAB עם 16 פחמימנים, נמוך יותר מזה של ה-SDS עם 12 הפחמימנים. אם נניח שמספר הפחמימנים בזנב פרופורציוני לגודל אנרגיית האינטראקציה של המולקולות והמים, נוכל לבדוק את הנוסחה ל-CMC באמצעות חישוב פשוט:

ריכוז קריטי ליצירת מיצלות (M)	מספר פחמימנים בזנב	חומר
0.00333	12	SDS
0.0005	16	C ₁₆ TAB

$$c.m.c = e^{-\frac{2E}{k_B T}} \quad \text{ניזכר בנוסחה לריכוז הקריטי:}$$

נחשב את היחס בין אנרגיות האינטראקציה מתוך נתוני הריכוזים הקריטיים שנמדדו באמצעות הוצאת לוגריתם:

$$\frac{E_{SDS}}{E_{C_{16}TAB}} = \frac{-k_B T \ln(cmc_{SDS})}{-k_B T \ln(cmc_{C_{16}TAB})}$$

הצבת הריכוזים הקריטיים נותנת:

$$\frac{\ln(0.003333)}{\ln(0.0005)} \approx 0.750408718...$$

והיחס בין מספר הפחמימנים דומה מאוד:

$$\frac{E_{SDS}}{E_{C_{16}TAB}} = \frac{12}{16} = 0.75$$

מכאן ניתן להסיק כי הנוסחה שמצאנו מבטאת באופן מדויק את הקשר בין ה-CMC ובין נתוני המערכת.

אנו מודים לפרופ' אבי הופשטיין ופרופ' בת שבע אלון
 מהחלקה להוראת המדעים בזמן ויצמן למדע על
 תרומתם להקמת התכנית וקידומה, ולצ"ר אבי אלון על
 הסיוע המתמשך במימוש התכנית.

